

H

2012 (I)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

विषय कोड पुस्तिका कोड

4**A**

समय : 3:00 घंटे

पूर्णांक : 200 अंक

अनुदेश

- आपने हिन्दी को माध्यम चुना है। इस परीक्षा पुस्तिका में एक सी दीस (20 भाग 'A' में + 40 भाग 'B' + 60 भाग 'C' में) बहुल विकल्प प्रश्न (MCQ) दिए गए हैं। आपको भाग 'A' में से अधिकतम 15 और भाग 'B' में 25 प्रश्नों तथा भाग 'C' में से 20 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। यदि निम्नांकित से अधिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए तब केवल पहले भाग 'A' से 15, भाग 'B' से 25 तथा भाग 'C' से 20 उत्तरों की जांच की जाएगी।
- उत्तर पत्र अलग से दिया गया है। आपना रोल नंबर और केन्द्र का नाम लिखने से पहले यह जांच लीजिए कि पुस्तिका में पृष्ठ पूरे और लही हैं तथा कहीं से कटे-फटे नहीं हैं। यदि ऐसा है तो आप इन्विजिलेटर से पुस्तिका बदलने का नियंत्रण कर सकते हैं। इसी तरह से उत्तर पत्र को भी जांच लें। इस पुस्तिका में एक छाम करने के लिए अतिरिक्त पन्ने तंत्रज्ञ हैं।
- उत्तर पत्र के पृष्ठ 1 में दिए गए स्थान पर अपना रोल नंबर, नाम, अपना पता तथा इस परीक्षा पुस्तिका का क्रमांक लिखिए। आपको हस्ताक्षर भी जरूरी है।
- आप अपनी ओ.एम.आर. उत्तर पुस्तिका में रोल नंबर, विषय कोड, पुस्तिका कोड और केन्द्र कोड से संबंधित सम्पूर्ण वृत्तों को अवश्य काला कर दें। यह एक मात्र परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह उत्तर पुस्तिका में दिए गए निर्देशों का पूरी साधारणी से पालन करे, ऐसा त करने पर कम्प्यूटर विवरणों का सही तरीके से अकूटित नहीं कर पाएगा, जिससे अंततः आपको हानि, जिससे आपकी उत्तर पुस्तिका की अस्वीकृति भी शामिल हो सकती है।
- भाग 'A' में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक, भाग 'B' में प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक तथा भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न 4.75 अंक का है। प्रत्येक गलत उत्तर का ऋणात्मक मूल्यांकन भाग 'A' में @ 0.5 अंक तथा भाग 'B' में @ 0.75 अंक से किया जाएगा। भाग 'C' के उत्तरों के लिए ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं है।
- भाग 'A' तथा भाग 'B' के प्रत्येक प्रश्न के नीचे बार विकल्प दिए गए हैं। इनमें से केवल एक विकल्प ही "सही" अथवा "सर्वोत्तम हल" है। आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अथवा सर्वोत्तम हल खोंडना है। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या "एक से अधिक" विकल्प सही हो सकते हैं। भाग 'C' ने प्रत्येक प्रश्न के सभी विकल्पों का सही बयन करने पर ही क्रेडिट प्राप्त होगा। सब सही विकल्पों का बयन नहीं करने पर कोइ आंशिक क्रेडिट नहीं दिया जाएगा।
- नकल करते हुए या अनुदित तरीकों का प्रयोग करते हुए पाए जाने वाले अभ्यार्थियों का इस और अन्य भावी परीक्षाओं के लिए अयोग्य हहसाया जा सकता है।
- अभ्यार्थी को उत्तर या एक पन्नों के अतिरिक्त कहीं और कुछ भी नहीं लिखना चाहिए।
- परीक्षा समाप्त हो जाने पर परीक्षा पुस्तिका और उत्तर पत्र को इन्विजिलेटर को अवश्य सौंप दीजिए।
- केलकूलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- किसी प्रश्न में विलंबिति के नाम से में अंग्रेजी संस्करण प्रबल होगा।

रोल नंबर

अभ्यार्थी द्वारा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ।

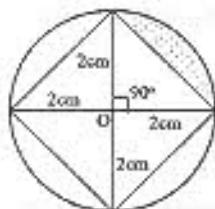
नाम

इन्विजिलेटर के हस्ताक्षर

S/07 RD/12—4 AH—1B

भाग A

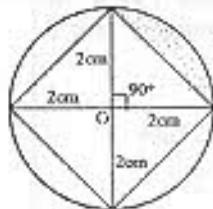
1. एक वृत्त का क्षेत्रफल सेमी² में है



1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
 3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$
2. एक समकोण त्रिभुजीय आकृति के बारे के कोण समांतर श्रेणी में हैं और सबसे छोटी मुजा 10.00 मीटर है। बायाँ की ओर की कुल लंबाई मीटर में है ?
1. 60.00 2. 47.32
 3. 12.68 4. 22.68
3. चित्र में दर्शाये अनुसार किसी अर्धवृत्त का व्यास AB है। यदि $AQ = 2AP$ तो निम्न में से कौनसा विकल्प सही है ?
-
1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
 2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
 3. $\angle APB = \angle AQB$
 4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$
4. खरगोशों के एक समूह A की जनसंख्या 25% प्रतिवर्ष की दर से वृद्धि है जबकि समूह B की वृद्धि दर 50% प्रतिवर्ष है। यदि समूह A और B की वर्तमान जनसंख्याएँ समान हैं तो दो वर्ष पश्चात समूह B और समूह A के खरगोशों की संख्या का अनुपात होगा :
1. 1.44 2. 1.72
 3. 1.90 4. 1.25

PART A

1. The area of the shaded region in cm² is



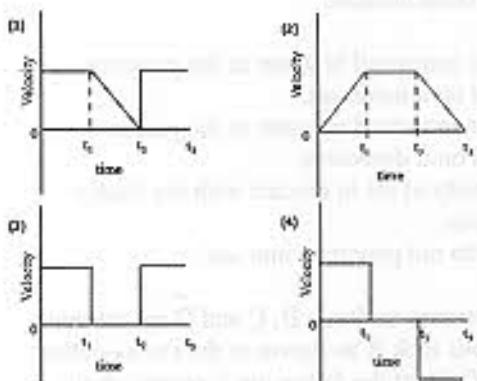
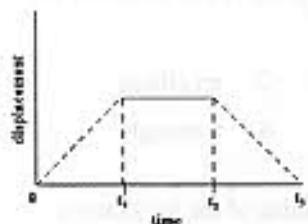
1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
 3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$
2. The angles of a right-angled triangle shaped garden are in arithmetic progression and the smallest side is 10.00 m. The total length of the fencing of the garden in m is
1. 60.00 2. 47.32
 3. 12.68 4. 22.68
3. AB is the diameter of the semicircle as shown in the diagram. If $AQ = 2AP$ then which of the following is correct?
-
1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
 2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
 3. $\angle APB = \angle AQB$
 4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$
4. The rabbit population in community A increases at 25% per year while that in B increases at 50% per year. If the present populations of A and B are equal, the ratio of the number of the rabbits in B to that in A after 2 years will be
1. 1.44 2. 1.72
 3. 1.90 4. 1.25

5. O_2 व H_2 प्रत्येक की दो भिन्न बातों समान आवश्यक हैं। दोनों गैस एक तीसरे पात्र में किया कर तब तक उभय बनाते हैं जब तक कि H_2 पूर्ण रूप से शुक्र नहीं जाती। जब तीसरे पात्र के मिश्रण का तापमान 150°C से ज्यादा जाता है तो इसका दबा ; बायोगैटल हो जाता है। तीसरे पात्र का आवश्यक होना चाहिए
1. V_0
 2. $5V_0/4$
 3. $3V_0/2$
 4. $2V_0$
6. हीलियम व अर्गन गैसें दो अलग बातों में समान तापमान पर हैं। अतः इनके वर्ग-माध्य-मूल वेग का गान भी विभिन्न है : दोनों गैस एक तीसरे पात्र में उभय बनान पर मिलाई जाती है तिथिन के हीलियम परमाणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग होगा
1. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे ज्यादा
 2. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे कम
 3. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उसके समान
 4. मिश्रण के अर्गन परमाणुओं के वेग के समान
7. सामुन के उत्थान में सिलिकड़ी लिनिज का उपयोग किया जाता है क्योंकि यह
- उत्थान का परिणाम बढ़ाता है
 - जीवाणुओं को नाशता है
 - सुगंध देता है
 - तुलायम है और त्वचा को खरांता नहीं है
- उपर्युक्त में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं ?
1. (d)
 2. (a) और (c)
 3. (a) और (b)
 4. (a) और (d)
8. 100 ग्राम अकार्बनिक यौगिक $X \cdot 5H_2O$ को जिसमें एक क्षम्भशील अशुद्धि है। एक घटटी में 150°C से पर 60 मिनट तक रखा गया। यसकरने के पश्चात अवशेष का भार 8 ग्राम रहता है। X में अशुद्धि की प्रतिशतता थी
1. 10
 2. 8
 3. 20
 4. 80
9. एक विशेष रात्रि में शुक्लपक्षीय चंद्र एक अर्ध-चंद्र था। उस गाय रात्रि को चंद्र
1. पूर्वी लिंगिज पर होगा
 2. पूर्वी लिंगिज की 45° कोणीय जॉकाइ पर होगा
 3. आकाश के शिरोविषु पर होगा
 4. परिवर्षी लिंगिज पर होगा
5. Two moles each of O_2 and H_2 are in two separate containers, each of volume V_0 and at 150°C and 1 atmosphere. The two are made to react in a third container to form water vapour until H_2 is exhausted. When the temperature of the mixture in the third container was restored to 150°C , its pressure became 1 atmosphere. The volume of the third container must be
1. V_0
 2. $5V_0/4$
 3. $3V_0/2$
 4. $2V_0$
6. Helium and argon gases in two separate containers are at the same temperature and so have different root-mean-square (r.m.s.) velocities. The two are mixed in a third container keeping the same temperature. The r.m.s. velocity of the helium atoms in the mixture is
1. more than what it was before mixing.
 2. less than what it was before mixing.
 3. equal to what it was before mixing.
 4. equal to that of argon atoms in the mixture.
7. The mineral talc is used in the manufacture of soap because it
- gives bulk to the product
 - kills bacteria
 - gives fragrance
 - is soft and does not scratch the skin
- Which of the above statements is/are correct?
1. (d)
 2. (a) and (c)
 3. (a) and (b)
 4. (a) and (d)
8. 100 g of an inorganic compound $X \cdot 5H_2O$ containing a volatile impurity was kept in an oven at 150°C for 60 minutes. The weight of the residue after heating is 8 g. The percentage of impurity in X was
1. 10
 2. 8
 3. 20
 4. 80
9. On a certain night the moon in its waning phase was a half-moon. At midnight the moon will be
1. on the eastern horizon.
 2. at 45° angular height above the eastern horizon.
 3. at the zenith.
 4. on the western horizon.

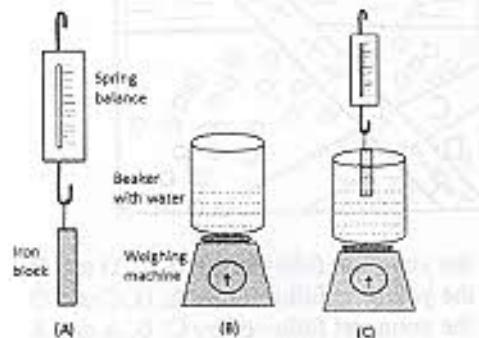
10. नाभिकीय रिएक्टर में एक रस्ते को 5 दिन तक विकिरणित किया जाता है। विकिरण के 10 दिन बाद रस्ते के रेडियो समत्थानिक क्रोमियम की सक्रियता 600 विघटन प्रति घंटे है। किरण के 5 दिन बाद रेडियोक्रोमियम की सक्रियता कितनी होगी यदि इसकी अर्धजीवीय अपर्युक्ति 5 दिन है?

1. 300 2. 150
3. 2400 4. 1200

11. एक पिण्ड के सरकान विरुद्ध समय का यहाँ चित्र में दर्शाये अनुसार है। उस ग्राफ को चुनिये जो कि इस पिण्ड के दौर का समय के साथ परिवर्तन सही सही दर्शाता है



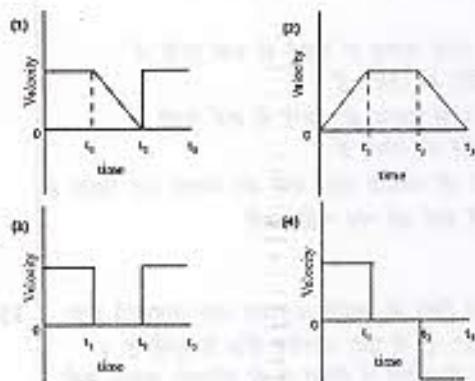
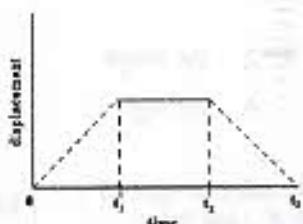
12.



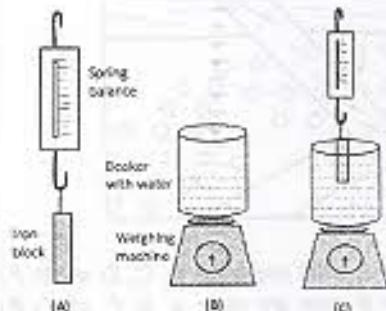
10. A gemstone is irradiated in a nuclear reactor for 5 days. Ten days after irradiation, the activity of the chromium radioisotope in the gemstone is 600 disintegrations per hour. What is the activity of chromium radioisotope 5 days after irradiation if its half life is 5 days?

1. 300 2. 150
3. 2400 4. 1200

11. Displacement versus time curve for a body is shown in the figure. Select the graph that correctly shows the variation of the velocity with time



12.



चित्र A की लगानीदार तुला 0.5 किंवा. दर्शाती है तथा चित्र B की पलडेदार तुला 3.0 किंवा. दर्शाती है। कमानीदार तुला से लटकता लौह छण्ड चित्र C के गीवर के पानी में अभिकल्पना से डुबाया जाता है। कमानीदार तुला अब 0.4 किंवा. दर्शाती है। चित्र में पलडेदार तुला दर्शायगी

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. 3.0 किंवा. | 2. 2.9 किंवा. |
| 3. 3.1 किंवा. | 4. 3.5 किंवा. |

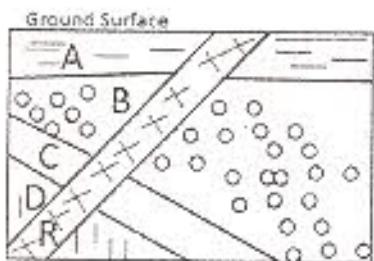
13. एक रसी के दोनों तिरे को अलग सूटों से इस तरह कबे जाते हैं कि उसकी पर्याप्त ठीकी रहती है। एक पेंसिल इस रसी से इस तरह राता कर पुगावँ जाती है कि रसी हांसा रही रहे। पेंसिल को पुगाने से बनने वाली आकृति फिसकी असा होती है?

- | | |
|------------|-----------------|
| 1. एक तुला | 2. एक लम्बवृत्त |
| 3. एक वर्ग | 4. एक निम्नज |

14. वर्फ पर स्केटिंग के दौरान वर्फ स्केटर के जुतों की पत्तियाँ वर्फ पर दबाव डालती हैं। वर्फ स्केटर निपुणतापूर्वक रॉक्ट कर सकता है क्योंकि

1. लगने वाले दबाव के बढ़ने से वर्फ पानी में परिवर्तित हो जाता है
2. लगने वाले दबाव के बढ़ने से वर्फ पानी में परिवर्तित हो जाता है
3. पत्तियों के सम्पर्क वाले वर्फ का घनत्व घट जाता है
4. पत्तियों वर्फ को भेद नहीं पाती

15. अनुप्रस्थकाट चित्र में दर्शाये अनुकार बार तत्त्वानी शील A, B, C और D में एक आनंद शील R मुस्ती है। इनकी आयु के संबंध में निम्न में से कौनसा कथन सही है?



1. A तरुणतम है उसके बाद क्रमशः B, C, D और R हैं।
2. R तरुणतम है उसके बाद क्रमशः A, B, C और D हैं।
3. D तरुणतम है उसके बाद क्रमशः C, B, A और R हैं।
4. A तरुणतम है उसके बाद क्रमशः R, B, C और D हैं।

The spring balance in Fig. A reads 0.5 kg and the pan balance in Fig. B reads 3.0 kg. The iron block suspended from the spring balance is partially immersed in the water in the beaker (Fig. C). The spring balance now reads 0.4 kg. The reading on the pan balance in Fig. C is

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 3.0 kg | 2. 2.9 kg |
| 3. 3.1 kg | 4. 3.5 kg |

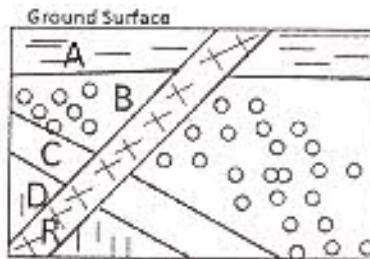
13. The ends of a rope are fixed to two pegs, such that the rope remains slack. A pencil is placed against the rope and moved, such that the rope always remains taut. The shape of the curve traced by the pencil would be a part of

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. a circle | 2. an ellipse |
| 3. a square | 4. a triangle |

14. During ice skating, the blades of the ice skater's shoes exert pressure on the ice. Ice skater can efficiently skate because

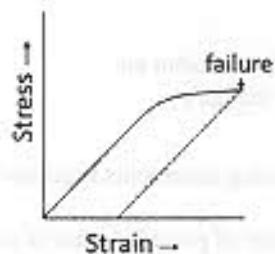
1. ice gets converted to water as the pressure exerted on it increases.
2. ice gets converted to water as the pressure exerted on it decreases.
3. the density of ice in contact with the blades decreases.
4. blades do not penetrate into ice.

15. Four sedimentary rocks A, B, C and D are intruded by an igneous rock R as shown in the cross-section diagram. Which of the following is correct about their ages?



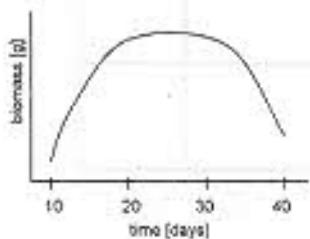
1. A is the youngest followed by B, C, D and R.
2. R is the youngest followed by A, B, C and D.
3. D is the youngest followed by C, B, A and R.
4. A is the youngest followed by R, B, C and D.

16. एक ठोस पदार्थ के लिए संतान तनाव में है उसकी टान तनान घित्र में अंकित की गई है।



निन्हें ने से कौनसा कथन सत्य है?

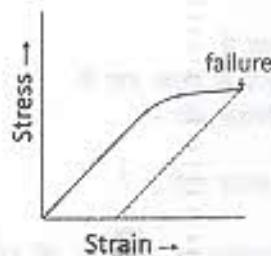
- विफलता विन्दु तक ठोस प्रत्यारप्तापूर्वक विकृत होता है।
 - विफलता विन्दु तक ठोस प्लास्टिकता पूर्वक विकृत होता है।
 - विफलता होने पर ठोस अपने मूल आकार व स्वरूप में आ जाता है।
 - विफलता होने पर ठोस हमेशा के लिए विकृत हो जाता है।
17. एक जीव की वृद्धि जिसे कि समय के नियत अंतरालों पर जांचा गया था नीचे दिये गये ग्राफ में दर्शाया गया है। किस समय के दौरान वृद्धि दर शून्य है?



- दसवें दिन के आसपास
 - 20वें दिन
 - 20 से 30 दिनों के बीच
 - 30 से 40 दिनों के बीच
18. लाल (R) बीजों वाले एक लंबे (T) पीढ़ी (दोनों प्रमुख विशेषताएँ) को एक सफेद (r) बीजों वाले बोने (t) पीढ़ी से संकरित किया गया था। यदि पृथक्कारी संताति ने सनान संख्या में लंबे लाल व बोने सफेद पीढ़ी पैदा किये तो उनके जनकों का जीन प्रलय होगा?

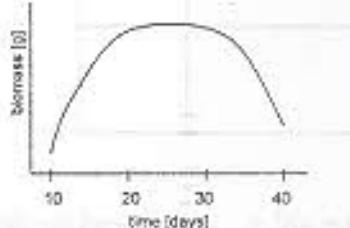
- TtRr × TtRR
- TtRr × ttrr
- TTRR × ttrr
- TTRR × TtRr

16. The strain in a solid subjected to continuous stress is plotted.



Which of the following statements is true?

- The solid deforms elastically till the point of failure.
 - The solid deforms plastically till the point of failure.
 - The solid comes back to original shape and size on failure.
 - The solid is permanently deformed on failure.
17. Growth of an organism was monitored at regular intervals of time, and is shown in the graph below. Around which time is the rate of growth zero?



- Close to day 10
 - On day 20
 - Between days 20 and 30
 - Between days 30 and 40
18. A *Tall* plant with *Red* seeds (both dominant traits) was crossed with a *dwarf* plant with *white* seeds. If the segregating progeny produced equal number of tall red and dwarf white plants, what would be the genotype of the parents?

- TtRr × TtRR
- TtRr × ttrr
- TTRR × ttrr
- TTRR × TtRr

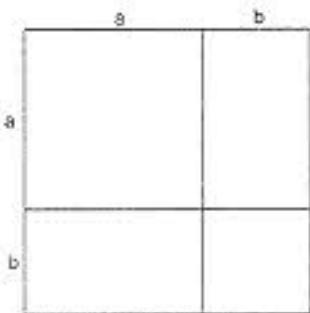
19. तीन सूरक्षितीय पौधों को नीचे दरावाई गयी परिस्थितियों में रखा गया था

पौधा A : निश्चल हवा में
पौधा B : साधारण रूप से प्रवृत्ति हवा में
पौधा C : अपेक्षित व निश्चल हवा में

निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

- पौधे B की पारश्वशान दर > पौधे A की दर से
- पौधे A की पारश्वशान दर > पौधे B की दर से
- पौधे C की पारश्वशान दर = पौधे A की पारश्वशान दर
- पौधे C की पारश्वशान दर > पौधे A की पारश्वशान दर > पौधे B की पारश्वशान दर

20. सलमन विक्र के हात में रहे कौनसा इमीन होगा है



- $a + ab + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b|<1$
- $a > b$ से तात्पर्य $a^3 > b^3$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a > b$ से तात्पर्य $-a < -b$

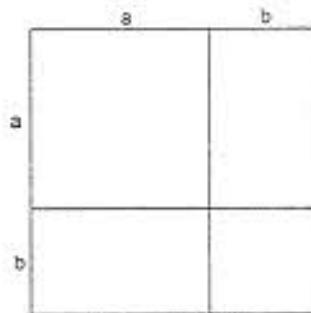
19. Three sunflower plants were placed in conditions as indicated below.

Plant A : still air
Plant B : moderately turbulent air
Plant C : still air in the dark

Which of the following statements is correct?

- Transpiration rate of plant B > that of plant A.
- Transpiration rate of plant A > that of plant B.
- Transpiration rate of plant C = that of plant A.
- Transpiration rate of plant C > that of plant A > that of plant B.

20. Which of the following is indicated by the accompanying diagram?



- $a + ab + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b|<1$
- $a > b$ implies $a^3 > b^3$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a > b$ implies $-a < -b$

भाग B

21. शब्द 'MATHEMATICS' के अक्षरों के प्रक्रमण से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

- 1. 5040
- 2. 4989600
- 3. 11!
- 4. 8!

22. 50,000 के धनात्मक भाजक कितने हैं ?

- 1. 20
- 2. 30
- 3. 40
- 4. 50

23. मानें कि A व B दो $n \times n$ वालाएँ विक आवृद्ध हैं ; निन्हें कथनों में कौन सही है ?

1. जाति $(A+B) = \text{जाति } (A) + \text{जाति } (B)$.
2. जाति $(A+B) \leq \text{जाति } (A) + \text{जाति } (B)$.
3. जाति $(A+B) = \text{न्यूनतम} \{ \text{जाति } (A), \text{जाति } (B) \}$.
4. जाति $(A+B) = \text{महत्तम} \{ \text{जाति } (A), \text{जाति } (B) \}$.

24. मानें कि

$$f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases}$$

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$, $[0, 1]$ पर संतुलित कलन की परिभाषा करता है ।
2. $\{f_n\}$, $[0, 1]$ पर एकत्रणान अभिसरित होता है ।
3. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ है ।
4. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ का अस्तित्व है ।

25. संख्या $\sqrt{2}e^{\pi}$ एक

1. परिमेय संख्या है ।
2. अनियमनांक है ।
3. अपरिमेय संख्या है ।
4. अधिकालित संख्या है ।

PART B

21. The number of words that can be formed by permuting the letters of 'MATHEMATICS' is

- 1. 5040
- 2. 4989600
- 3. 11!
- 4. 8!

22. The number of positive divisors of 50,000 is

- 1. 20
- 2. 30
- 3. 40
- 4. 50

23. Let A, B be $n \times n$ real matrices. Which of the following statements is correct?

1. $\text{rank } (A+B) = \text{rank } (A) + \text{rank } (B)$.
2. $\text{rank } (A+B) \leq \text{rank } (A) + \text{rank } (B)$.
3. $\text{rank } (A+B) = \min \{ \text{rank } (A), \text{rank } (B) \}$.
4. $\text{rank } (A+B) = \max \{ \text{rank } (A), \text{rank } (B) \}$.

24. Let $f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases}$

Then

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ defines a continuous function on $[0, 1]$.
2. $\{f_n\}$ converges uniformly on $[0, 1]$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ for all $x \in [0, 1]$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ exists for all $x \in [0, 1]$.

25. The number $\sqrt{2}e^{\pi}$ is

1. a rational number.
2. a transcendental number.
3. an irrational number.
4. an imaginary number.

26. याने कि ζ एक का आदिस घनमूल है। A की परिभाषा है :

$$A = \begin{pmatrix} \zeta^{-1} & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}.$$

सदिश $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ के लिये $|v|_A$ की परिभाषा है $\sqrt{|vAv^T|}$ जहाँ v^T, v का परिवर्त है। अगर $w = (1,1,1)$ तो $|w|_A$

1. 0 के समान है।
2. 1 के समान है।
3. -1 के समान है।
4. 2 के समान है।

27. याने कि $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$. M के अवयवों की संख्या है

- | | |
|-------|-------|
| 1. 8 | 2. 9 |
| 3. 10 | 4. 12 |

28. $(38)^{2011}$ का अंतिम अंक है।

- | | |
|------|------|
| 1. 6 | 2. 2 |
| 3. 4 | 4. 8 |

29. कास्ट्रिक प्रविष्टि व शून्य अनुरेख काले $n \times n$ ($n \geq 2$) की के सभी समित आव्यूह $A = (a_{ij})$, $a_{11} = 0$ और सदिश समित की विश्वा है :

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $(n^2+n-4)/2$ | 2. $(n^2-n+4)/2$ |
| 3. $(n^2+n-3)/2$ | 4. $(n^2-n+3)/2$ |

30. याने कि $I = [0,1] \subset \mathbb{R}$ । $x \in \mathbb{R}$ के लिये याने कि $\phi(x) = \text{dist}(x, I) = \inf \{|x-y| : y \in I\}$, तो

1. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ असंतत है।
2. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ संतत है परन्तु अथात $x = 0$ पर सतत अवकलनीय नहीं है।
3. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ संतत है परन्तु अथात $x = 0$ व $x = 1$ पर संतत अवकलनीय नहीं है।
4. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ अवकलनीय है।

26. Let ζ be a primitive cube root of unity. Define

$$A = \begin{pmatrix} \zeta^{-1} & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}.$$

For a vector $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ define

$|v|_A = \sqrt{|vAv^T|}$ where v^T is transpose of v . If $w = (1,1,1)$ then $|w|_A$ equals

1. 0
2. 1
3. -1
4. 2

27. Let $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$. Then the number of elements in M is

- | | |
|-------|-------|
| 1. 8 | 2. 9 |
| 3. 10 | 4. 12 |

28. The last digit of $(38)^{2011}$ is

- | | |
|------|------|
| 1. 6 | 2. 2 |
| 3. 4 | 4. 8 |

29. The dimension of the vector space of all symmetric matrices $A = (a_{ij})$ of order $n \times n$ ($n \geq 2$) with real entries, $a_{11} = 0$ and trace zero is

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $(n^2+n-4)/2$ | 2. $(n^2-n+4)/2$ |
| 3. $(n^2+n-3)/2$ | 4. $(n^2-n+3)/2$ |

30. Let $I = [0,1] \subset \mathbb{R}$. For $x \in \mathbb{R}$, let $\phi(x) = \text{dist}(x, I) = \inf \{|x-y| : y \in I\}$. Then

1. $\phi(x)$ is discontinuous somewhere on \mathbb{R} .
2. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$.
3. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$ and at $x = 1$.
4. $\phi(x)$ is differentiable on \mathbb{R} .

31. माने कि $a_n = \sin \pi/n$ / यदि a_1, a_2, \dots के लिए उच्चतम _____ 31. Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence a_1, a_2, \dots the supremum is

1. 0 है वह प्राप्त होता है ।
2. 0 है वह प्राप्त नहीं होता ।
3. 1 है वह प्राप्त होता है ।
4. 1 है वह प्राप्त नहीं होता ।

32. तथा $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ का उपयोग करके

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \text{ का मूल्य होगा :}$$

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{\pi^2}{12}$ | 2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$ |
| 3. $\frac{\pi^2}{8}$ | 4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$ |

33. माने कि $f(x, y) = u(x, y) + i v(x, y)$ का एक सम्प्रसारणी फलन $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ है ।

माने कि $u(x, y) = 3x^2y$, तो

1. \mathbb{C} पर v के किसी भी दरण पर f होलोग्राफिक नहीं हो सकता ।
2. \mathbb{C} पर v के उचित दरण पर f होलोग्राफिक होगा ।
3. \mathbb{C} पर v के सभी दरण पर f होलोग्राफिक होगा ।
4. u अवकलनीय नहीं है ।

34. माने कि $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ एक बिलिंग्राम प्रतिवित्र है, अर्थात् उर चर में अलग से रैखिक है । तो $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ के लिये $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ पर मूल्यांकित अवकलज $Df(V, W)$ निम्न से दिया जाता है :

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. अधिकतम 3 घात वाले, सभी वास्तविक बहुपदों की संदिश लम्बिट N माना जाये । $S: N \rightarrow N$ की परिभाषा है $(Sp)(x) = p(x+1)$, $p \in N$ । तो $\{1, x, x^2, x^3\}$ जो सभी संदिश के लघ में है, इस अवगति में S का आव्यूह, इस प्रकार दिया जाता है :

31. Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence a_1, a_2, \dots the supremum is

1. 0 and it is attained.
2. 0 and it is not attained.
3. 1 and it is attained
4. 1 and it is not attained.

32. Using the fact that

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \text{ equals}$$

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{\pi^2}{12}$ | 2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$ |
| 3. $\frac{\pi^2}{8}$ | 4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$ |

33. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a complex valued function of the form $f(x, y) = u(x, y) + i v(x, y)$.

Suppose that $u(x, y) = 3x^2y$.

Then

1. f cannot be holomorphic on \mathbb{C} for any choice of v .
2. f is holomorphic on \mathbb{C} for a suitable choice of v .
3. f is holomorphic on \mathbb{C} for all choices of v .
4. u is not differentiable.

34. Let $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be a bilinear map, i.e., linear in each variable separately. Then for $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$, the derivative $Df(V, W)$ evaluated on $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ is given by

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. Let N be the vector space of all real polynomials of degree at most 3. Define

$S: N \rightarrow N$ by $(Sp)(x) = p(x+1)$, $p \in N$.

Then the matrix of S in the basis $\{1, x, x^2, x^3\}$, considered as column vectors, is given by:

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

36. माने कि F , 8 अवयव वाला एक छोड़ है एवं $A = \{x \in F | x^7 = 1 \text{ तथा } x^k \neq 1, k < 7\}$ याने सभी प्राकृतिक अंकों के लिये । तो A के अवयवों की संख्या है :

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. धारा श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ तभी अभिसरित होती है जब

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. छनूल $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ के बारे में विचारें जहाँ \mathbb{Q} ये \mathbb{Z} का गणना परिमेय ये दूर्ज अंकों के समूह है । माने कि n एक धनात्मक संख्या है । तो व्या कोई n का एक घटीय उपसमुच्चय है ?

1. अवश्यक नहीं ।
2. ही, एक अनन्य ।
3. ही, परन्तु अनन्य होने की आवश्यकता नहीं ।
4. कभी नहीं ।

39. माने कि $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ एवं $g(x) = 2x^2 + x + 2$ तो $\mathbb{Z}_{(1)}$ पर

1. $f(x)$ वे $g(x)$ अलगुकरणीय हैं ।
2. $f(x)$ अलगुकरणीय है परन्तु $g(x)$ नहीं ।
3. $g(x)$ अलगुकरणीय है परन्तु $f(x)$ नहीं ।
4. न तो $f(x)$ या, न तो $g(x)$ अलगुकरणीय है ।

36. Let F be a field of 8 elements and $A = \{x \in F | x^7 = 1 \text{ and } x^k \neq 1 \text{ for all natural numbers } k < 7\}$. Then the number of elements in A is

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ converges if

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. Consider the group $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ where \mathbb{Q} and \mathbb{Z} are the groups of rational numbers and integers respectively. Let n be a positive integer. Then is there a cyclic subgroup of order n ?

1. not necessarily.
2. yes, a unique one.
3. yes, but not necessarily a unique one.
4. never

39. Let $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ and $g(x) = 2x^2 + x + 2$. Then over $\mathbb{Z}_{(1)}$,

1. $f(x)$ and $g(x)$ are irreducible
2. $f(x)$ is irreducible, but $g(x)$ is not.
3. $g(x)$ is irreducible, but $f(x)$ is not.
4. neither $f(x)$ nor $g(x)$ is irreducible.

40. $\mathbb{Z}_{(12)}$ से $\mathbb{Z}_{(18)}$ तक के अतुच्छ वलय समाकारिता की संख्या है :

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. प्रारंभिक मान समस्या $y'(t) = f(t)$, $y(0) = 1$ जहाँ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ लेता है, पर विचारें। तो इस प्रारंभिक मान समस्या के

1. कुछ f के लिये अनंत बहुत हल होते हैं।
2. \mathbb{R} पर एक अनन्य हल होता है।
3. \mathbb{R} पर कुछ f के लिये कोई हल नहीं होता।
4. 0 को अन्तर्विट करते एक अंतराल में एक हल होता है, परन्तु कुछ f के लिये \mathbb{R} पर नहीं।

42. मानें कि तापारण अवकल समीकरण $u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0$, $t \in \mathbb{R}$ के सभी परिवर्त्त हलों का समुच्चय V है। तो V

1. विषा 2 की एक गास्तविक लदिश समिट है।
2. विषा 1 की एक गास्तविक लदिश समिट है।
3. फेवल एक तुच्छ फलन $u \equiv 0$ को अन्तर्विट करता है।
4. ठीक-ठीक दो ही फलनों को अन्तर्विट करता है।

43. फलन $u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4t}}, & t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$
जहाँ समीकरण का विषा अंतराल में एक हल है :

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ परन्तु समुच्चय $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$ नहीं।
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0,0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$.

40. The number of non-trivial ring homomorphisms from $\mathbb{Z}_{(12)}$ to $\mathbb{Z}_{(18)}$ is

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. Consider the initial value problem

$$y'(t) = f(t), \quad y(0) = 1$$

where $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous. Then this initial value problem has

1. infinitely many solutions for some f .
2. a unique solution in \mathbb{R} .
3. no solution in \mathbb{R} for some f .
4. a solution in an interval containing 0, but not on \mathbb{R} for some f .

42. Let V be the set of all bounded solutions of the ODE

$$u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0, t \in \mathbb{R}$$

Then V

1. is a real vector space of dimension 2.
2. is a real vector space of dimension 1.
3. contains only the trivial function $u \equiv 0$.
4. contains exactly two functions.

43. The function

$$u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4t}}, & t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

is a solution of the heat equation in

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ but not in the set $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$.
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0,0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$.

44. दूसरी कोटि के अधिक अवकल समीकरण

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3 u = 0$$

है :

1. जबकि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये दीर्घकृतीय है।
2. जबकि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ नहीं लिये परवलयिक है।
3. जबकि $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये दीर्घकृतीय है।
4. जबकि $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये अतिपरवलयिक है।

45. दूसरी कोटि के एक साधारण अवकल समीकरण व उसके परिसर में विचार करें। निम्न में से एक सही कथन को बतानें।

1. परिसर में अंतर निलंपण अनन्य है।
2. कुछ साधारण अवकल समीकरणों के लिये परिसर में अंतर निलंपण अनन्य है।
3. साधारण अवकल समीकरणों के लिये कोई अनन्य परिसर में अंतर निलंपण नहीं है।
4. परिसर में अंतर अधियोजन की अनन्यता निर्धारित नहीं हो सकती।

46. कलनक

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x-y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \quad y(1)=1$$

के वरमानीकरण की विवरणी समस्या का

1. एक अनन्य हल होता है।
2. ठीक-ठीक दो ही हल होते हैं।
3. अनन्य संख्या के हल होते हैं।
4. कोई हल नहीं होता।

47. ऐक्यक समाकल समीकरण $\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)d\xi$,
के लिये साधक अद्वि $R(x, \xi; 1)$ है :

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. एक गतिकीय हर जो हैनिलंपनी $H = pq - q^2$ दी जाती है, तो जब $t \rightarrow \infty$,

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

44. The second order PDE

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3 u = 0$$

is

1. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. parabolic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
3. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.
4. hyperbolic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.

45. Consider a second order ordinary differential Equation (ODE) and its finite difference representation. Identify which of the following statements is correct.

1. The finite difference representation is unique.
2. The finite difference representation is unique for some ODE.
3. There is no unique finite difference scheme for the ODE.
4. The uniqueness of a finite difference scheme can not be determined.

46. The variational problem of extremizing the functional

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x-y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \quad y(1)=1$$

has

1. a unique solution.
2. exactly two solutions.
3. an infinite number of solutions.
4. no solution.

47. For the linear integral equation

$$\phi(\xi) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)d\xi,$$

the resolvent kernel $R(x, \xi; 1)$ is

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. If the Hamiltonian of a dynamical system is given by $H = pq - q^2$, then as $t \rightarrow \infty$

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

49. संघर्षी बंटन कलन $F_1(t)$ व $F_2(t)$ एवं प्रायिकता घनत्व कलन $f_1(t)$ व $f_2(t)$ के दो जीवकाल वर T_1 व T_2 की जांचित् गतियाँ इसपर $h_1(t) = 3t^2$ व $h_2(t) = 4t^3$, $t > 0$ हैं। तो

1. यदि $t > 0$ के लिये $F_1(t) \geq F_2(t)$.
2. यदि $t > 1$ के लिये $F_1(t) < F_2(t)$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. यदि $t > 0$ के लिये $f_1(t) < f_2(t)$.

50. मानें कि $X_1, X_2, \dots, N(1,1)$ के अनुसार सर्वथारम स्वतंत्र रूप से बटित यादृच्छिक वर हैं। मानें कि $n \geq 1$ के लिये $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ हैं। तो $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{प्रतरण}(S_n)}{n}$ का मूल्य है :

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 6 |
| 3. 1 | 4. 0 |

51. मानें कि $\{X_n : n \geq 0\}$ एक परिमित अवश्या समष्टि S पर स्थाय संकेतण प्रायिकता आवृह नाला एक मार्कोव अवश्या है। मानें कि अवश्या अलगुकरणीय नहीं है। तो यह मार्कोव अवश्या

1. के अवश्या बहुत स्थाय बंटन ग्राह्य है।
2. का एक ही अवश्य स्थाय बंटन ग्राह्य है।
3. का कोई भी स्थाय बंटन ग्राह्य नहीं है।
4. के ठीक-ठीक दो स्थाय बंटन ग्राह्य नहीं है।

52. मानें कि X व Y दो स्वतंत्र यादृच्छिक वर हैं। जहाँ 0 के दोनों तरफ Y समर्पित है। मानें कि $U = X + Y$ व $V = X - Y$ हो।

1. U व V हमेशा स्वतंत्र हैं।
2. U व V दोनों का बंटन समान है।
3. U हमेशा 0 के दोनों तरफ समर्पित है।
4. V हमेशा 0 के दोनों तरफ समर्पित है।

53. एक चुनाव में दो राजनीतिक पक्षों के विरुद्ध भलदाताओं की प्रति आवृत्तियों निम्न 2×2 तालिका में लिंग-जन्मसार वर्गीकृत दी गयी है। सही कथन को पहचानें:

लिंग	पक्ष B	पक्ष C	कुल
पुरुष	200	400	600
स्त्री	100	300	400
कुल	300	700	1000

49. The hazard rates of two life time variables T_1 and T_2 with respective c.d.f.s $F_1(t)$ and $F_2(t)$ and p.d.f.s $f_1(t)$ and $f_2(t)$, are $h_1(t) = 3t^2$ and $h_2(t) = 4t^3$, $t > 0$ respectively. Then

1. $F_1(t) \geq F_2(t)$ for all $t > 0$.
2. $F_1(t) < F_2(t)$ for all $t > 1$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. $f_1(t) < f_2(t)$ for all $t > 0$.

50. Let X_1, X_2, \dots be i.i.d. $N(1,1)$ random variables. Let $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ for $n \geq 1$. Then $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(S_n)}{n}$ is

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 6 |
| 3. 1 | 4. 0 |

51. Let $\{X_n : n \geq 0\}$ be a Markov chain on a finite state space S with stationary transition probability matrix. Suppose that the chain is not irreducible. Then the Markov chain

1. admits infinitely many stationary distributions.
2. admits a unique stationary distribution.
3. may not admit any stationary distribution.
4. cannot admit exactly two stationary distributions.

52. Suppose X and Y are independent random variables where Y is symmetric about 0. Let $U = X + Y$ and $V = X - Y$. Then

1. U and V are always independent.
2. U and V have the same distribution.
3. U is always symmetric about 0.
4. V is always symmetric about 0.

53. Consider the following 2×2 table of frequencies of voter preferences to two parties classified by gender, in an election. Identify the correct statement:

Gender	Party B	Party C	Total
Male	200	400	600
Female	100	300	400
Total	300	700	1000

1. अगर पक्ष व दिन के बीच कोई संबंध नहीं है तो अपेक्षित अनुपस्थिति होती है :

180	420
120	280

2. संलग्न की अनुपस्थिति के प्रतीक्षण हमें काइ-वर्ग प्रतिशत 0 है ।
 3. लिंग व पक्ष संसारित नहीं है ।
 4. दुरुष व स्त्री दोनों लोगों के पक्ष करते हैं ।

54. माने कि X_1, X_2, \dots, X_n , $n (\geq 2)$, $N(\mu, \sigma^2)$ वर्तन से सर्वथासम स्वतंत्र रूप से बिंदित प्रेक्षण हैं, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ अङ्गां प्राप्त हैं । माने कि $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ व $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ क्रमशः σ^2 के अधिकतम संभाविता व एकत्रित न्यूनतम प्रतरण अनुभित आवक्तन हैं । तभी कहने को पर्याप्त है :

- $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रतरण $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ के प्रतरण के समान है ।
- $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रतरण अधिक है ।
- $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का त्रुटि वर्ग मात्रा कम है ।
- $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ व $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ दोनों के त्रुटि वर्ग मात्रा समान हैं ।

55. माने कि हमारे पास X_1, X_2, \dots, X_n एक प्रसामान्य वर्तन वाले सर्वथासम स्वतंत्र रूप से बिंदित प्रेक्षण हैं । इसके अतिरिक्त माने कि हमारे पास उसी प्रसामान्य वर्तन वाले स्वतंत्र प्रेक्षण समुच्चय Y_1, Y_2, \dots, Y_n भी हैं जो भी सर्वथासम स्वतंत्ररूप से बिंदित हैं । माने कि $R_X = X$ व Y मूल्यों के युग्मित समुच्चय में X ओं की जातियों (छोड़कर) का योगफल है एवं $R_Y = Y$ युग्मित समुच्चय में Y ओं की जातियों का योगफल है । तो

- $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$.
- $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$.
- $E(R_X) = E(R_Y)$.
- $P(R_Y = R_X) = 1$.

56. एक साधारण समाप्त्रयन नियर $Y = \beta X + e$ पर विचारे । माने कि $\hat{Y}_0, X = x_0$ पर n प्रेक्षणों $(Y_i, X_i), i = 1, \dots, n$ व $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ पर अधारित Y का न्यूनतम वर्ग प्राप्तकर्ता है । तो प्राप्तकर्ता \hat{Y}_0 की यानक त्रुटि ।

1. If there is no association between party and gender, the expected frequencies are

180	420
120	280

2. The chi-square statistic for testing no association is 0.
 3. Gender and party are not associated.
 4. Both males and females equally prefer party C.

54. Let X_1, X_2, \dots, X_n be $n (\geq 2)$ i.i.d. observations from $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are unknown parameters. Let $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ denote the maximum likelihood and uniformly minimum variance unbiased estimates of σ^2 respectively. Identify the correct statement:

- $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has the same variance as that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
- $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has larger variance than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
- $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has smaller mean squared error than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
- $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ have the same mean squared error.

55. Suppose that we have i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n with a normal distribution. Suppose further that we have an independent set of observations Y_1, Y_2, \dots, Y_n which are also i.i.d. with the same normal distribution. Let R_X = the sum of the ranks of the X 's when they are ranked in the combined set of X and Y values, and R_Y = the sum of the ranks of the Y 's in the combined set. Then

- $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$.
- $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$.
- $E(R_X) = E(R_Y)$.
- $P(R_Y = R_X) = 1$.

56. Consider a simple linear regression model $Y = \beta X + \varepsilon$. Let \hat{Y}_0 be the least squares predictor of Y at $X = x_0$ based on n observations $(Y_i, X_i), i = 1, \dots, n$ and $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

Then the standard error of the predictor \hat{Y}_0

1. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो कम होती है।
 2. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो अधिक होती है।
 3. जब 0 के पास x_0 आता है तो अधिक होती है।
 4. जब 0 के पास x_0 आता है तो कम होती है।
57. एक बक्से में 1, 2, ..., N संख्याओं के N टिकट अंतर्भूत हैं। N का मूल्य तथा प्रयोग का अज्ञात है। बक्से में से यापन रखे बिना एक साधारण यादृच्छिक n टिकटों का प्रतिवर्षा निकाला गया। मानें कि X_1, X_2, \dots, X_n टिकटों पर दिये गये संख्या हैं जो क्रमशः पहले, दूसरे, ..., n वें बार निकालने में पाये जाते हैं। निम्न में से कौन N का अनन्तरिक्ष आकलन है?
1. $2\bar{X}-1$ जहाँ $\bar{X} = \frac{1}{N}(X_1 + \dots + X_n)$
 2. $2\bar{X}+1$
 3. $2\bar{X} + \frac{1}{2}$
 4. $2\bar{X} - \frac{1}{2}$
58. यह देखने के लिए कि यदा दो अलग घर्म क्रीम A व B मानव शरीर पर अलग परिणाम देते हैं, एक नैदानिक परीक्षण किया गया जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने n व्यक्ति शामिल किये गये। क्रीम A हर व्यक्ति के यादृच्छिक रूप से चुनी गयी एक भुजा में लगाया गया, व क्रीम B दूसरी भुजा में। मानें कि भाषी गयी प्रतिक्रिया एक संतत घर है। अंतर के परीक्षण हेतु किस सांख्यिकीय परीक्षण का उपयोग करना चाहिये?
1. अगर प्रसामान्यता नानी जा सकती है तो दो प्रतिवर्षा टी-परीक्षण
 2. अगर प्रसामान्यता नानी जा सकती है तो मुगल टी-परीक्षण
 3. दो प्रतिवर्षा कोल्मोगोरोव-स्मिन्चर परीक्षण
 4. यादृच्छिकता का परीक्षण
59. मानें कि यदि $x_1 \geq 0$ व $x_2 \geq 0$ व्यवरोधों $x_1+x_2 \geq 3$ व $x_1+2x_2 \geq 4$ का लगाधान करते हैं, तो निम्न में से कौन सा सही है?
1. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका कोई परिमित न्यूनतम नहीं है।
 2. $5x_1 + 7x_2$ का न्यूनतम मूल्य 17 है व उसका कोई परिमित उच्चतम नहीं है।
 3. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका न्यूनतम मूल्य 17 है।
 4. $5x_1 + 7x_2$ का न तो कोई परिमित न्यूनतम है न तो उच्चतम।
57. A box contains N tickets which are numbered 1, 2, ..., N. The value of N is however, unknown. A simple random sample of n tickets is drawn without replacement from the box. Let X_1, X_2, \dots, X_n be numbers on the tickets obtained in the 1st, 2nd, ..., nth draws respectively. Which of the following is an unbiased estimator of N?
1. $2\bar{X}-1$ where $\bar{X} = \frac{1}{N}(X_1 + \dots + X_n)$
 2. $2\bar{X}+1$
 3. $2\bar{X} + \frac{1}{2}$
 4. $2\bar{X} - \frac{1}{2}$
58. In a clinical trial n randomly chosen persons were enrolled to examine whether two different skin creams, A and B, have different effects on the human body. Cream A was applied to one of the randomly chosen arms of each person, cream B to the other arm. Which statistical test is to be used to examine the difference? Assume that the response measured is a continuous variable.
1. Two-sample t-test if normality can be assumed.
 2. Paired t-test if normality can be assumed.
 3. Two-sample Kolmogorov-Smirnov test.
 4. Test for randomness.
59. Suppose that the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfy the constraints $x_1+x_2 \geq 3$ and $x_1+2x_2 \geq 4$. Which of the following is true?
1. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and it does not have any finite minimum.
 2. The minimum value of $5x_1 + 7x_2$ is 17 and it does not have any finite maximum.
 3. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and its minimum value is 17.
 4. $5x_1 + 7x_2$ neither has a finite maximum nor a finite minimum.

60. आगमन गति $\lambda > 0$ व सेवा गति $\mu > 0$ के एक M/M/1 कलार प्रणाली में मानें कि $X(t)$ याहकों की संख्या है। प्रक्रिया $X(t)$ एक

1. गति $\lambda - \mu$ का घासों प्रक्रिया है।
2. जनन गति $\lambda - \mu$ की शुद्ध जनन प्रक्रिया है।
3. जनन गति λ व सरण गति μ की जनन-सरण प्रक्रिया है।
4. जनन गति $\frac{1}{\lambda}$ व सरण गति $\frac{1}{\mu}$ की जनन-सरण प्रक्रिया है।

60. Let $X(t)$ be the number of customers in an M/M/1 queuing system with arrival rate $\lambda > 0$ and service rate $\mu > 0$. The process $X(t)$ is a

1. Poisson process with rate $\lambda - \mu$.
2. pure birth process with birth rate $\lambda - \mu$.
3. birth and death process with birth rate λ and death rate μ .
4. birth and death process with birth rate $\frac{1}{\lambda}$ and death rate $\frac{1}{\mu}$.

भाग/Part C

एकक I/Unit I

61. फलन $f(x) = \cos(|x - 5|) + \sin(|x - 3|) + |x + 10|^3 - (|x| + 4)^2$ पर विचार कीजिए। f निम्न बिन्दुओं में
कहाँ अवकलनीय नहीं है ?

1. $x = 5$ 2. $x = 3$ 3. $x = -10$ 4. $x = 0$

61. Consider the function

$$f(x) = \cos(|x - 5|) + \sin(|x - 3|) + |x + 10|^3 - (|x| + 4)^2.$$

At which of the following points is f not differentiable?

1. $x = 5$ 2. $x = 3$ 3. $x = -10$ 4. $x = 0$

62. \mathbb{R}^2 के निम्न उपसमुच्चयों में कौन से सुसंगत है ?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
 3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

62. Which of the following subsets of \mathbb{R}^2 are compact?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
 3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

63. निम्न में कौन से $C = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ जो एक संतत फलन है}\}$ में दूरीक है ?

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}.$
 2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}.$
 3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx.$
 4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx.$

63. Which of the following are metrics on $C = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ is a continuous function}\}$

1. $d(f, g) = \sup \{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
2. $d(f, g) = \inf \{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.
4. $d(f, g) = \sup \{ |f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.

64. यदि $j = 1, 2, 3, \dots$ के लिये माने कि A_j एक परिमित समुच्चय है जिसमें कम से कम दो अवयव हैं। तो

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ एक अगणनीय समुच्चय है।
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n A_j$ अगणनीय है।
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ अगणनीय है।
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ अगणनीय नहीं है।

64. For each $j = 1, 2, 3, \dots$, let A_j be a finite set containing at least two distinct elements. Then

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ is a countable set.
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n A_j$ is uncountable.
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.

65. निम्न में से कौन सा/से सत्य है/हैं?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

65. Which of the following is/are correct?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

66. निम्न में से कौन सही है/हैं ?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ जबकि $x, y > 0$ के लिये ।
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ जबकि $x, y > 0$ के लिये ।
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ जबकि $x, y > 0$ के लिये ।
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ जबकि $x, y > 0$ व तथा $k \geq 1$ के लिये ।

66. Which of the following is/are true?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ for all $x, y > 0$.
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ for all $x, y > 0$.
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ for all $x, y > 0$.
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ for all $x, y > 0$ and all $k \geq 1$.

67. $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ एक सेय फलन है, तो कर्णेव-कर्णेव सर्वत्र

1. जबकि $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो $f=0$ है ।
2. जबकि $a \leq c \leq b$ के लिए अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो $f=0$ है ।
3. जबकि $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f=0$ है ।
4. जबकि $a \leq c \leq b$ के लिये अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f=0$ है ।

67. Let $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a measurable function. Then

1. If $\int_c^d f(x) dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$ then $f=0$ a.e.
2. If $\int_a^c f(x) dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$, then $f=0$ a.e.

3. If $\int_a^b f(x)dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$, does not necessarily imply that $f=0$ a.e.
4. If $\int_a^b f(x)dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$ does not necessarily imply that $f=0$ a.e.

68. \mathbb{R}^n में $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ और $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, $1 \leq p < \infty$ के लिये कहने कि

$$d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \quad \text{और } d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \dots, n\}$$

$B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p \leq \infty$. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं?

1. d_∞ -दूरीक में B_1 विशुल है / 2. d_∞ -दूरीक में B_2 विशुल है /
3. d_2 -दूरीक में B_1 विशुल नहीं है / 4. d_2 -दूरीक में B_2 विशुल नहीं है /

68. For $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ in \mathbb{R}^n let $d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p}$ for $1 \leq p < \infty$, and $d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \dots, n\}$. Let $B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p \leq \infty$.
- Which of the following are correct?

1. B_1 is open in the d_∞ -metric. 2. B_1 is open in the d_∞ -metric.
3. B_1 is not open in the d_2 -metric. 4. B_2 is not open in the d_2 -metric.

69. $f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4)$ का तर परिभित प्रतिक्रिया $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ पर विचारें / तो

1. $(0, 0)$ पर f असंतत है /
2. $(0, 0)$ पर f संतत है या $(0, 0)$ पर लगी दिक्क-अवकलज के अस्तित्व है /
3. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलज $Df(0, 0)$ व्युक्तमणीय नहीं है
4. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलन $Df(0, 0)$ व्युक्तमणीय है

69. Consider the map $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ defined by

$$f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4).$$

Then

1. f is discontinuous at $(0, 0)$.
2. f is continuous at $(0, 0)$ and all directional derivatives exist at $(0, 0)$.
3. f is differentiable at $(0, 0)$ but the derivative $Df(0, 0)$ is not invertible.
4. f is differentiable at $(0, 0)$ and the derivative $Df(0, 0)$ is invertible.

70. $[0, 1]$ पर संतत फलनों की समाप्ति $C[0, 1]$ निम्न मानक के विषय में पूर्ण है :

1. $\|f\|_\infty := \sup \{|f(x)| : x \in [0, 1]\}.$
2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx.$
3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|.$
4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}.$

70. The space $C[0, 1]$ of continuous functions on $[0, 1]$ is complete with respect to the norm

1. $\|f\|_\infty := \sup \{|f(x)| : x \in [0, 1]\}.$
2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx.$
3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|.$
4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}.$

71. यदि $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2\}$ / \mathbb{R}^2 के निम्न उपसमुच्चयों में कौन सा/से संबद्ध है/हैं?

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$ | 2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$ |
| 3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$ | 4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$ |
71. Let $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2\}$. Which of the following subsets of \mathbb{R}^2 are connected?
- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$ | 2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$ |
| 3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$ | 4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$ |

72. यदि $X = \{x \in [0, 1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ दिया गया उपसमाप्ति समिक्षितिकी है / तो

1. X संबद्ध है परन्तु संहत नहीं है /
2. X न हो संबद्ध है, न हो संहत /
3. X संबद्ध य संहत है /
4. X संहत है, परन्तु संबद्ध नहीं /

72. Let $X = \{x \in [0,1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ be given the subspace topology. Then

- 1. X is connected but not compact.
- 2. X is neither compact nor connected.
- 3. X is compact and connected.
- 4. X is compact but not connected.

73. निम्न आवृत्ति में से कौन से व्यापक-निश्चित है ?

- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ | 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ | 4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ |

73. Which of the following matrices are positive definite?

- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ | 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ | 4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ |

74. मानें कि n -विमीय वास्तविक सदिश समुच्छित V ने A एक द्रुग्योंतर रैखिक लपातरण है। मानें कि उपसमुच्छित $V_0 \subset V$, A के अंतर्गत V का प्रतिविन्द्र है। मानें कि $k = \dim(V_0) < n$ और मानें कि कृप्ति $\lambda \in \mathbb{R}$ के लिये $A^2 = \lambda A$ / तो

- 1. $\lambda = 1$.
- 2. सारणिक $A = |\lambda|^n$
- 3. λ , A का एक यात्र अभिलक्षणिक युग्म है।
- 4. एक असुच्छ उपलग्नित $V_1 \subset V$ है ताकि यात्री $x \in V_1$ के लिये $Ax = 0$

74. Let A be a non-zero linear transformation on a real vector space V of dimension n . Let the subspace $V_0 \subset V$ be the image of V under A . Let $k = \dim V_0 < n$ and suppose that for some $\lambda \in \mathbb{R}$, $A^2 = \lambda A$. Then

- 1. $\lambda = 1$.
- 2. $\det A = |\lambda|^n$
- 3. λ is the only eigenvalue of A .
- 4. There is a nontrivial subspace $V_1 \subset V$ such that $Ax = 0$ for all $x \in V_1$.

75. माने कि C एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है। माने कि $W = \{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$ हाला विस्तृत एक सदिश समुच्छित है। सदिश समुच्छित W की विमा है :
1. $2n$
 2. अधिक से अधिक n
 3. n^2
 4. अधिक से अधिक $2n$
75. Let C be a $n \times n$ real matrix. Let W be the vector space spanned by $\{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$. The dimension of the vector space W is
1. $2n$
 2. at most n
 3. n^2
 4. at most $2n$
76. माने कि V_1 और V_2 एक सदिश समुच्छित V की उपसमुच्छितें हैं। निम्न में से कौन आवश्यकता V की उपसमुच्छित है?
1. $V_1 \cap V_2$.
 2. $V_1 \cup V_2$.
 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$.
 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \notin V_2\}$.
76. Let V_1, V_2 be subspaces of a vector space V . Which of the following is necessarily a subspace of V ?
1. $V_1 \cap V_2$.
 2. $V_1 \cup V_2$.
 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$.
 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \notin V_2\}$.
77. माने कि N एक 3×3 शून्येतर आव्यूह है जिसका गुण है $N^2 = 0$. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं?
1. N एक विकर्ण-आव्यूह से समूलप नहीं है।
 2. N एक विकर्ण-आव्यूह से समूलप है।
 3. N का एक शून्येतर अभिलक्षणिक सदिश है।
 4. N के तीन ऐंगिकी रूपतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं।
77. Let N be a nonzero 3×3 matrix with the property $N^2 = 0$. Which of the following is/are true?
1. N is not similar to a diagonal matrix.
 2. N is similar to a diagonal matrix.
 3. N has one non-zero eigenvector.
 4. N has three linearly independent eigenvectors.
78. माने कि $x, y \in \mathbb{C}^n$ / $f(x, y) = \sup_{\theta, \phi} \left\{ \|e^{i\theta}x + e^{i\phi}y\|^2 : \theta, \phi \in \mathbb{R}\right\}$ पर विचारें। निम्न में से कौन-सा/से सही है/हैं?
1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
 2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2 \operatorname{Re} \langle x, y \rangle$.
 3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
 4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.

78. Let $x, y \in \mathbb{C}^n$. Consider $f(x, y) = \sup_{\theta, \varphi} \left\| e^{i\theta}x + e^{i\varphi}y \right\|^2 : \theta, \varphi \in \mathbb{R} \right\}$. Which of the following is/are correct?

1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$.
3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.

एकांक II/Unit II

79. निम्न गें से कौन-से समुच्चय $C[0, 1]$ में सद्धन हैं? (उच्चक-मानक सार्थितिकी के विषय में $[0, 1]$ पर वास्तविक मूल्यांगन संतत फलनों की लम्बिति)

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ एक बहुपद है}\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x) dx = 5\}$

79. Which of the following sets are dense in $C[0, 1]$ (the space of real valued continuous functions on $[0, 1]$ with respect to sup-norm topology)?

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ is a polynomial}\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x) dx = 5\}$

80. यदि $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $n \geq 1$ और $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ का समाधान करता हुआ एक मेरोमोर्फिक फलन है जो 0 पर विश्लेषक है।

1. $f(0) = 1/2$
2. $z = -2$ पर f' का एक साधारण अनंतक है।
3. $f(2) = 1/4$
4. यहाँ कोई मेरोमोर्फिक फलन का अस्तित्व नहीं है।

80. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a meromorphic function analytic at 0 satisfying $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ for $n \geq 1$. Then

1. $f(0) = 1/2$
2. f has a simple pole at $z = -2$
3. $f(2) = 1/4$
4. no such meromorphic function exists

81. माने कि f एक सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है। अगर f का अधिकारित भाग ≥ 0 , तो
1. f का वास्तविक भाग स्थिर है।
 2. f स्थिर है।
 3. $f = 0$.
 4. f' एक सूच्येतर सिवरांक है।
81. Let f be an entire function. If $\operatorname{Im} f \geq 0$, then
1. $\operatorname{Re} f$ is constant
 2. f is constant
 3. $f = 0$
 4. f' is a nonzero constant
82. माने कि $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ फलन है जहाँ $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$. निम्न में से कौन से कथन सत्य है?
1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
 2. $|f'(0)| \leq 1$
 3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
 4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$
82. Let $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ be holomorphic with $f(0) = 0$ and $f(1/2) = 0$, where $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$. Which of the following statements are correct?
1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
 2. $|f'(0)| \leq 1$
 3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
 4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$
83. $z = x + iy$ रूप के $z \in \mathbb{C}$ के लिये परिभाषित करें:
- $$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$
- $$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$
- $$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$
- $$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$
- फलन $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$
1. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^+ के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।
 2. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^+ के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।
 3. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^- के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।
 4. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^+ के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।

83. For $z \in \mathbb{C}$ of the form $z = x + iy$, define

$$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

The function $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$

1. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{H}^+ and \mathbb{H}^- onto \mathbb{H}^- .
2. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{H}^- and \mathbb{H}^- onto \mathbb{H}^+ .
3. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{L}^+ and \mathbb{H}^- onto \mathbb{L}^- .
4. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{L}^- and \mathbb{H}^- onto \mathbb{L}^+ .

84. $z = 0$ पर फलन $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - \cos z}\right)$ का

1. एक अपेक्षित विचित्रता है।
2. एक अनंतक है।
3. एक अनियार्थी विचित्रता है।
4. $z = 0$ के आस पास $f(z)$ के लॉरेंट विस्तरीकरण के अनन्तत. बहुत धनात्मक एवं अद्यात्मक घात z के हैं।

84. At $z = 0$, the function $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - \cos z}\right)$ has

1. a removable singularity.
2. a pole.
3. an essential singularity.
4. the Laurent expansion of $f(z)$ around $z = 0$ has infinitely many positive and negative powers of z .

85. माना कि $R = Q[x]/I$ जहाँ I $1 + x^2$ द्वारा जनित एक आदर्श है। माना कि R में x का सबसमुख्य $y = t$ है। तो R पर अलगुकरणीय है

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1. $y^2 + 1$ | 2. $y^2 + y + 1$ |
| 3. $y^2 - y + 1$ | 4. $y^3 + y^2 + y + 1$ |

85. Let $R = Q[x]/I$ where I is the ideal generated by $1 + x^2$. Let y to the coset of x in R . Then

- | | |
|--|--|
| 1. $y^2 + 1$ is irreducible over R . | 2. $y^2 + y + 1$ is irreducible over R . |
| 3. $y^2 - y + 1$ is irreducible over R . | 4. $y^3 + y^2 + y + 1$ is irreducible over R . |

86. निम्न में से कौन-सा सही है ?
1. $\sin 7^\circ, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है ।
 2. $\cos \pi/17, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है ।
 3. $\sin^{-1} 1, \mathbb{Q}$ पर बीजीय नहीं है ।
 4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}, \mathbb{Q}(\pi)$ पर बीजीय है ।
86. Which of the following is true?
1. $\sin 7^\circ$ is algebraic over \mathbb{Q} .
 2. $\cos \pi/17$ is algebraic over \mathbb{Q} .
 3. $\sin^{-1} 1$ is algebraic over \mathbb{Q} .
 4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}$ is algebraic over $\mathbb{Q}(\pi)$.
87. याने कि $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$ वर्ग $g(x) = x^5 + 1$ / तो $\mathbb{Q}[x]$ में
1. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x + 1$.
 2. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
 3. लघुत्तम राशापक्तर $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
 4. लघुत्तम राशापक्तर $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.
87. Let $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$ and $g(x) = x^5 + 1$. Then in $\mathbb{Q}[x]$,
1. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x + 1$.
 2. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
 3. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
 4. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.
88. कोटि 36 के कोटि समूह G व उसके उपसमूह H जो G कोटि 4 के लिए
1. $H \subset Z(G)$.
 2. $H = Z(G)$.
 3. G में H प्रसाधान्य है ।
 4. H एक अबेली समूह है ।
88. For any group G of order 36 and any subgroup H of G order 4,
1. $H \subset Z(G)$.
 2. $H = Z(G)$.
 3. H is normal in G .
 4. H is an abelian group.
89. याने कि G समूह $S_4 \times S_3$ का निर्दिष्ट करता है । तो
1. G का 2-सेली उपलमूह प्रसाधान्य है ।
 2. G का 3-सेली उपलमूह प्रसाधान्य है ।
 3. G का एक अतुच्छ प्रसाधान्य उपलमूह है ।
 4. G का एक प्रसाधान्य उपलमूह कोटि 72 का है ।

89. Let G denote the group $S_4 \times S_3$. Then

1. a 2-Sylow subgroup of G is normal.
2. a 3-Sylow subgroup of G is normal.
3. G has a nontrivial normal subgroup.
4. G has a normal subgroup of order 72.

90 मानें कि X एक प्रसामान्य छाक्सरिङ्क लगाउते हैं। मानें कि A_1, A_2, A_3, X के संवृत्त उपलम्बुद्ध हैं जो युगलतः असंयुक्त हैं। तो X पर एक संतत वास्तविक गूल्याला फलन f हमेशा रखता है ताकि $f(x) = a_i$ यदि $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$.

1. हर a_i या तो 0 या 1 होने पर ही।
2. कभी से कम a_1, a_2, a_3 में कोई भी दो संख्याओं के समान होने पर ही।
3. a_1, a_2, a_3 के सभी वास्तविक मूल्यों के लिये।
4. तभी जब समुच्चयों A_1, A_2 एवं A_3 में से एक रिक्त हो।

90 Let X be a normal Hausdorff space. Let A_1, A_2, A_3 be closed subsets of X which are pairwise disjoint. Then there always exists a continuous real valued function f on X such that $f(x) = a_i$ if $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$

1. iff each a_i is either 0 or 1.
2. iff at least two of the numbers a_1, a_2, a_3 are equal.
3. for all real values of a_1, a_2, a_3 .
4. only if one among the sets A_1, A_2 and A_3 is empty.

एकक III/Unit III

91. निम्नलिखित अवकल समीकरण प्रणाली $\frac{d}{dx} Y = AY, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, तर दिया गया है। जहाँ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ एवं

$$Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix} \text{ इति}$$

1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ एवं $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
2. $y_1(x) \rightarrow 0$ एवं $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ एवं $y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.
4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.

91. Consider the system of ODE

$$\frac{d}{dx} Y = AY, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

where $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ and $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$. Then

1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.
2. $y_1(x) \rightarrow 0$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.

3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.
 4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.
92. परिसीमा मान सम्बन्ध $y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0$, के लिये देता एक अभिलक्षणिक मान λ का अस्तित्व है, जिसके $(0, 1)$ में एक अभिलक्षणिक फलन संगत है, जो
1. शिख नहीं बदलता /
 2. शिख बदलता है /
 3. धनात्मक है /
 4. ऋणात्मक है /
92. For the boundary value problem
- $$y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0,$$
- there exists an eigenvalue λ for which there corresponds an eigenfunction in $(0, 1)$ that
1. does not change sign.
 2. changes sign.
 3. is positive.
 4. is negative.
93. परिसीमा मान सम्बन्ध $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \text{cosec } x; \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ का हल है :
1. अवकृत
 2. उन्नत
 3. ऋणात्मक
 4. धनात्मक
93. The solution of the boundary value problem $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \text{cosec } x; \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}$
 $y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ is
1. convex
 2. concave
 3. negative
 4. positive
94. कठीरी सम्बन्ध
$$\begin{aligned} xu_x + yu_y &= 0 \\ u(x, y) &= x, \quad x^2 + y^2 = 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{पर} \\ \text{क्षेत्र} \end{array} \right\}$$
1. यदि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये एक हल है /
 2. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अनन्य हल है /
 3. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक परिवर्त्त हल है /
 4. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अनन्य हल है, परन्तु हल अपरिवर्त्त है /

94. The Cauchy problem

$$\left. \begin{array}{l} xu_x + yu_y = 0 \\ u(x, y) = x, \text{ on } x^2 + y^2 = 1 \end{array} \right\}$$

has

1. a solution for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
3. a bounded solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
4. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$, but the solution is unbounded.

95. याने कि u का तरीका

$$\left. \begin{array}{l} u_t - u_{xx} = 0, \quad 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x + \sin 2x, \quad 0 \leq x \leq \pi \end{array} \right\}$$

या एक हल है / नहीं

1. यदि $x \in (0, \pi)$ वै लिये $u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
2. यदि $x \in (0, \pi)$ वै लिये $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
3. $x \in (0, \pi), t > 0$ के लिये $e^t u(x, t)$ एक परिवर्तन करने हैं /
4. यदि $x \in (0, \pi)$ वै लिये $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$

95. Let u be a solution of the heat equation

$$\left. \begin{array}{l} u_t - u_{xx} = 0, \quad 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x + \sin 2x, \quad 0 \leq x \leq \pi \end{array} \right\}$$

Then

1. $u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
2. $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
3. $e^t u(x, t)$ is a bounded function for $x \in (0, \pi), t > 0$.
4. $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.

96. याने कि u परिसीमा सान तरस्या

$$\left. \begin{array}{l} u'' + \frac{1}{t} u' = f(t), \quad t \in (0, 1) \\ u'(0) = a, u(1) = b \end{array} \right\}$$

का उल है / $x^2 + y^2 \leq 1$ के सिये परिभाषित करें कि $v(x, y) = u\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$ एवं $g(x, y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$, तो v आशिक अवकल समीकरण

$$\begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g & \text{in } \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x, y) &= 0 & \text{on } \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \end{aligned}$$

का इस तब होगा यदि

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $a > 0$ एवं $b > 0$ | 2. $a > 0$ एवं $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ एवं $b = 0$ | 4. $a < 0$ एवं $b = 0$ |

96. Let u be a solution of the boundary value problem

$$\left. \begin{array}{l} u'' + \frac{1}{t}u' = f(t), \quad t \in (0, 1) \\ u'(0) = a, \quad u(1) = b \end{array} \right\}$$

Define for $x^2 + y^2 \leq 1$, $v(x, y) = u\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$ and $g(x, y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$, then v is a solution of the PDE

$$\begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g & \text{in } \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x, y) &= 0 & \text{on } \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \end{aligned}$$

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $a > 0$ and $b > 0$ | 2. $a > 0$ and $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ and $b = 0$ | 4. $a < 0$ and $b = 0$ |

97. यह दिया हुआ है कि एक उपरी त्रिवृज आवृष्टि (UTM) युक्तमनीय तभी है जब उसके सभी विकारी अवयव सूच्य से भिन्न हैं। निम्न ऐसिक प्रणाली पर विचारें।

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned} \tag{1}$$

तो प्रणाली (1)

- एक UTM में लपातरित की जा सकती है। परन्तु वह युक्तमनीय नहीं है क्योंकि उसके विकारी प्रणिटियाँ सूच्य से भिन्न नहीं हैं।
- युक्तमनीय है। हालांकि UTM में लपातरित की नहीं जा सकती।

3. UTM में उपर्युक्ति की जा सकती है व्योंगि सभी उपरि विकर्णीय प्रविष्टियाँ शून्य से भिन्न हैं।
 4. UTM में उपर्युक्ति की जा सकती है एवं UTM का हल (1) का भी हल है।
97. Given that an upper triangular matrix (UTM) is invertible if and only if all its diagonal elements are different from zero, consider the linear system

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \quad (1) \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Then system (1)

1. can be transformed into an UTM but is not invertible because the diagonal entries of the UTM are not different from zero.
 2. is invertible though cannot be transformed into an UTM.
 3. can be transformed into an UTM because above diagonal entries are all different from zero.
 4. can be transformed into an UTM and the solution of the UTM is the solution of (1).
98. फलन $f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \dots (1)$ के बारे में विचारें। याने कि $x = g(x)$ ताकि $g(x)$ का कोई भी नियत वैक्षणिक (1) का हल है। तो $g(x)$ के सभी वर्गमयी ग

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}, m \in [-a, a]$ एक समाचार वर्णन है जहाँ a एक धनात्मक स्थिरांक है।
 2. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ समाचार वर्णन है।
 3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}, K \neq 0, K \in \mathbb{R}$ एक समाचार वर्णन है।
 4. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ एक सारे समाचार वर्णन है।

98. Consider the function

$$f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \quad (1)$$

Let $x = g(x)$, so that any fixed point of $g(x)$ is a solution of (1). Then

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}, m \in [-a, a]$ is a possible choice where a is positive constant.
 2. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are possible choices.
 3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}, K \neq 0, K \in \mathbb{R}$ is a possible choice.
 4. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are the only possible choices.

99. समाकल समीकरण $\phi(x) = \lambda \int_0^\pi K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$

जहाँ λ एक प्राचल है।

एवं $K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$

उपर्युक्त समीकरण का उत्तर $\phi'(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0, \phi(\pi) = 0, \phi(0) = 0$ की ओर ले जाता है।
जहाँ $f(\lambda)$ ज्ञात है। तो इस परिसीमा मान समस्या का

1. जब $f(\lambda) = 0$, एक अनन्य हल है।
2. जब $f(\lambda) > 0$, अनन्य तंत्रया के हल हैं।
3. जब $f(\lambda) < 0$, कोई हल नहीं।
4. जब $\lambda > 1$, एक अनन्य हल है।

99. The integral equation

$$\phi(x) = \lambda \int_0^\pi K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$$

where λ is a parameter, and $K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$

leads to a boundary value problem $\phi'(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0, \phi(\pi) = 0, \phi(0) = 0$, where $f(\lambda)$ is known. Then the boundary value problem has

1. a unique solution when $f(\lambda) = 0$.
2. infinite number of solutions when $f(\lambda) > 0$.
3. no solution when $f(\lambda) < 0$.
4. a unique solution when $\lambda > 1$.

100. कलनिक $I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy$ जहाँ D एक धोक है, जिसकी परिसीमा पर $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, एवं $z = 0$ है, के चरनमानीकरण की समस्या का सन्निकटित हल $z = z_0(x, y)$ इस

- लघु में है।
1. $z_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x, y)$, जहाँ α_i स्थिरांक हैं एवं D पर कलने ϕ_i एकधारातः त्वरित हैं।
 2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, जहाँ α_1 एवं α_2 स्थिरांक हैं एवं ϕ_1 व ϕ_2 के संतत आंशिक अपकलज होते हैं।
 3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ जहाँ α स्थिरांक है एवं D पर ϕ संतत है।
 4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

100. An approximate solution $z = z_0(x, y)$ to the problem of extremizing the functional

$$I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy,$$

where D is the square, $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, and $z = 0$ on the boundary of the square, is of the form

1. $z_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x, y)$, where α_i are constants and functions ϕ_i are linearly independent in D.
 2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, where α_1 and α_2 are constants, and ϕ_1 and ϕ_2 have continuous partial derivatives.
 3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ where α is a constant and ϕ is continuous in D
 4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.
101. निम्न में कौन-सा/से सही है/हैं ?

1. ईमिल्टन नियम डिस्कार्ट नियम का अनुगमनी है।
2. जब तक व्यापकीकृत नियमानुसार के अवकलों के बीच के संबंध दिया नहीं जाता, ईमिल्टन नियम लोन्गिमिक द्रष्टव्यों के लिये लागू नहीं होता।
3. ईमिल्टन नियम लगांजी समीकरणों का अनुगमनी है।
4. न्यूटन का हितीय नियम ईमिल्टन नियम का अनुगमनी है।

101. Which of the following is/are correct?

1. Hamilton's principle follows from the D'Alembert's principle.
2. Hamilton's principle is not usually applicable to nonholonomic system, unless a relation connecting the differentials of generalized coordinates is given.
3. Hamilton's principle follows from Lagrange's equations.
4. Newton's second law of motion follows from the Hamilton's principle.

102. यदि L एक प्रणाली की समाचारी है, तो

1. लगांजी समीकरणों के उपर्युक्त समीकरण हैं।
2. समीकरणों की कुल संख्या व्यापकीकृत नियमानुसार की संख्या के समान है।
3. लगांजी L अपने कलनिक रूप में अन्य नहीं है, परन्तु लगांजी यति समीकरणों के रूप का परिवर्तन संभव है।
4. जब समाचारना उपलब्ध है, लगांजी कलन व्यापकीकृत यति का एक द्विघातीय कलन है।

102. Let L denote the Lagrangian of a system. Then the

1. Lagrange's equations are second order differential equations.
2. Total number of equations is equal to the number of generalized coordinates.
3. Lagrangian L is not unique in its functional form, but the form of the Lagrange's equation of motion can be preserved.
4. Lagrangian function is a quadratic function of generalized velocity when the potential exists.

एकक / Unit IV

103. यदि $F(x, y)$, $G(x)$ एवं $H(y)$ क्रमशः (X, Y) का समुक्त संघर्षी घटन कलन, X का उपांत संघर्षी घटन कलन, एवं Y का उपांत संघर्षी घटन कलन हैं, परिभाषित करें कि:

$$U = \begin{cases} 1 & \text{यदि } X \leq a \\ -1 & \text{यदि } X > a \end{cases} \quad \text{एवं} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{यदि } Y \leq b \\ -1 & \text{यदि } Y > b \end{cases}$$

जहाँ a व b नियत वास्तविक अंक हैं। तो

1. अगर सहप्रसारण $(U, V) = 0$ तो सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x) H(y)$
2. अगर सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x) H(y)$ तो सहप्रसारण $(U, V) = 0$
3. अगर U व V स्वतंत्र हैं तो X व Y स्वतंत्र हैं।
4. अगर X व Y स्वतंत्र हैं तो U व V स्वतंत्र हैं।

103. Let $F(x, y)$, $G(x)$ and $H(y)$ be the joint c.d.f. of (X, Y) , marginal c.d.f. of X and marginal c.d.f. of Y respectively.
Define

$$U = \begin{cases} 1 & \text{if } X \leq a \\ -1 & \text{if } X > a \end{cases} \quad \text{and} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{if } Y \leq b \\ -1 & \text{if } Y > b \end{cases}$$

where a and b are fixed real numbers. Then

1. If $\text{Cov}(U, V) = 0$ then $F(x, y) = G(x) H(y)$ for all x and y .
2. If $F(x, y) = G(x)H(y)$ for all x and y then $\text{Cov}(U, V) = 0$.
3. If U and V are independent then X and Y are independent.
4. If X and Y are independent then U and V are independent.

104. निन्म में से कौन से प्रतिक्रिया यादृच्छिक घर X व Y की स्वतंत्रता की ओर संकेत करते हैं?

1. सभी $a \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y > a) = P(X > a)$
2. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y < b) = P(X > a)$
3. X व Y स्वतंत्र नहीं हैं।
4. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a) E(Y - b)$

104. Which of the following conditions imply independence of the random variables X and Y ?

1. $p(X > a | Y > a) = P(X > a)$ for all $a \in \mathbb{R}$.
2. $p(X > a | Y < b) = P(X > a)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

3. X and Y are uncorrelated.
4. $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)E(Y - b)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.
105. अवस्था समुच्चय $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ वाले स्तत्त्व संत्रास प्राप्तिकरण P जो नीचे दिया गया है, वाले एक स्थानीय अवस्था पर विचारें।
- $$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$
- नीचे दिए $p_{ij}^{(n)}, P^n$ की (i, j) काला अवस्था के i में
1. $\sum_{i=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ii}^{(n)} = 1$.
 2. स्थानीय अवस्था के लिए $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ एक स्तत्त्व बटन है।
 3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty$.
 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{14}^{(n)} = 1/3$

105. Consider a Markov chain with state space $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and stationary transition probability matrix P given by

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Let $p_{ij}^{(n)}$ be the (i, j) th element of P^n

Then

1. $\sum_{i=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ii}^{(n)} = 1$.
2. $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ is a stationary distribution for the Markov chain.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{14}^{(n)} = 1/3$.
106. $x \in \mathbb{R}$, के लिये मानें कि $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ एवं \mathbb{R} पर u एक इस प्रकार का संतत फलन है :

- (i) यदि $x \in \mathbb{R}$ एवं सूचीतर u के लिये $u(-x) = -u(x)$
- (ii) $x \notin (-1, 1)$ के लिये $u(x) = 0$
- (iii) यदि $x \in \mathbb{R}$ के लिये $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$

मानें कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f(x) = g(x) + u(x)$, तो

1. f अणात्मक मूल्य ले सकता है।
2. यदि x के लिये $f(x) > 0$ एवं f असामाकलनीय है।
3. \mathbb{R} पर f एक प्रायिकता घनत्व फलन है।
4. f एक सामाकलनीय फलन है।

106. Let $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ for $x \in \mathbb{R}$ and u be a continuous function on \mathbb{R} such that
- (i) $u(-x) = -u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$, and u non-zero
- (ii) $u(x) = 0$ for $x \notin (-1, 1)$,
- (iii) $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$, for all $x \in \mathbb{R}$.

Let $f(x) = g(x) + u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$. Then

1. f can take negative values.
2. $f(x) > 0$ for all x and f is not integrable.
3. f is a probability density function on \mathbb{R} .
4. f is an integrable function.

107. मानें कि X_1, X_2, \dots स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जहाँ $X_n, -n \leq 3n$ ($n = 1, 2, \dots$) के बीच में एक सम्पूर्णतः बटित है। मानें कि $N = 1, 2, \dots$ के लिये $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ एवं S_N का बंदन फलन F_N है। तथा मानें कि Φ एक मानक प्रसानान्य यादृच्छिक चर के बंदन फलन को निर्दिष्ट करता है। निम्न में से कौन-सा/से सही है/हैं?

1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$
 2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$
 3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$
 4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$

107. Let X_1, X_2, \dots be independent random variables with X_n being uniformly distributed between $-n$ and $3n$, $n = 1, 2, \dots$

Let $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ for $N = 1, 2, \dots$ and let F_N be the distribution function of S_N . Also let Φ denote the distribution function of a standard normal random variable. Which of the following is/are true?

1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$
 2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$
 3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$
 4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$

108. माने कि X_1 और X_2 स्वतंत्र हैं एवं उनके घनत्व क्रमाः $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ और

$$f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0 \text{ हैं। तो}$$

1. $X_1 + X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त है।
 2. $X_1 + 2X_2, \theta$ नहीं लिये पर्याप्त है।
 3. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये सूफ़ है।
 4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2), \theta$ के लिये अनभिन्न है।

108. Suppose X_1 has density $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ and X_2 has density $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ and X_1, X_2 are independent. Then

1. $X_1 + X_2$ is sufficient for θ .
 2. $X_1 + 2X_2$ is sufficient for θ .
 3. $X_1 + 2X_2$ is complete for θ .
 4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2)$ is unbiased for θ .

109. माने कि हमारे पास n (≥ 2) एकसमानतः स्वतंत्र रूप से बांटित प्रेक्षण X_1, X_2, \dots, X_n हैं। हर एक एक आन $N(\mu, \sigma^2)$ वर्टन के साथ जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ दोनों अस्तित्व हैं। तो

1. σ^2 का अधिकतम संभाविता आकलन χ^2 का अनभिन्नत आकलन है।
 2. σ^2 का एकसमानतः न्यूनतम प्रत्यरोग अनभिन्नत आकलन की χ^2 के अधिकतम संभाविता आकलन की तुलना में कम पर्याप्त नुस्खे होती है।
 3. σ^2 का अधिकतम संभाविता आकलन एवं एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण आकलन, दोनों उपर्याप्ति संगत आकलन हैं।
 4. σ^2 के किसी भी अनभिन्नत आकलन के लिये χ^2 का एक दूसरा आकलन है जिसकी वर्ग मात्र नुस्खे कम है।

109. Suppose that we have $n (\geq 2)$ i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n each with a common $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are both unknown. Then

1. the maximum likelihood estimate of σ^2 is an unbiased estimate for σ^2 .
2. the uniformly minimum variance unbiased estimate of σ^2 has smaller mean squared error than the maximum likelihood estimate of σ^2 .
3. both the maximum likelihood estimate and the uniformly minimum variance estimate of σ^2 are asymptotically consistent estimates.
4. for any unbiased estimate of σ^2 , there is another estimate of σ^2 with a smaller mean squared error.

110. मानें कि X_1, X_2, \dots, X_{25} अंतराल $[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]$ में एक एकलमान बटन से प्रेषण है, जहाँ $-\infty < \theta < \infty$ एक अज्ञात प्राचल है। तो

1. प्रतिदर्श माध्य, \bar{X} का अनभिन्न आकलन है।
2. प्रतिदर्श मधियका, θ का अनभिन्न आकलन है।
3. प्रतिदर्श माध्य, \bar{X} का एकलमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिन्न आकलन नहीं है।
4. प्रतिदर्श मधियका, θ का एकलमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिन्न आकलन नहीं है।

110. Let X_1, X_2, \dots, X_{25} be i.i.d. observations from a uniform distribution on the interval $[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]$ where $-\infty < \theta < \infty$ is an unknown parameter. Then the

1. sample mean is an unbiased estimate for θ .
2. sample median is an unbiased estimate for θ .
3. sample mean is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .
4. sample median is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .

111. मानें कि X का घनत्व $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, जहाँ $\lambda > 0$ अज्ञात है। जब $k < X \leq k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$ है, X की विविक्तीकरण से $Y = k$ मिलता है। Y के बटन से Y_1, Y_2, \dots, Y_n एक यादृच्छिक प्रतिदर्श प्राप्त होता है। मानें कि $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$, तो λ का आधूर्ण विधि आकलक $\hat{\lambda}$ है :

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. अधिकतम संभापिता आकलक के समान।

111. Suppose X has density $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, where $\lambda > 0$ is unknown. X is discretized to give $Y = k$ if $k < X \leq k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$. A random sample Y_1, Y_2, \dots, Y_n is available from the distribution of Y . Let $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Then the method of moments estimator $\hat{\lambda}$ of λ is

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{Y} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. the same as the maximum likelihood estimator

112. कभी वास्तविक x के लिये 0 के आसपास समित, अर्थात् $f(x - \theta) = f(\theta - x)$, एक सोत प्रायिकता घनत्व फलन f से निकाले गये एक समानता स्पष्टात्र रूप से गोटिट प्रेक्षण हैं X_1, X_2, \dots, X_n / परीक्षण $H_0: \theta = 0$ वाला

$$H_A: \theta > 0 \text{ एवं } \text{सिंह परीक्षण प्रतिवर्ग } S_n = \sum_{i=1}^n \text{विष्णु}(X_i), \text{जहाँ}$$

$$\text{विष्णु}(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \\ -1, & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

गानें कि Z_α मानक प्रसामान्य बंटन का कपड़ी $-100(1 - \alpha)$ वीं जाताभक है, जहाँ $0 < \alpha < 1$ / तो निम्न में से कौन सा/से तरी है/हैं?

1. यदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
2. यदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$
3. यदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
4. यदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$

112. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. observations from a distribution with continuous probability density function f which is symmetric around θ i.e.
 $f(x - \theta) = f(\theta - x)$ for all real x .

Consider the test $H_0: \theta = 0$ vs $H_A: \theta > 0$ and the sign test statistic $S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i)$ where

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

Let z_α be the upper $100(1 - \alpha)$ th percentile of the standard normal

distribution where $0 < \alpha < 1$. Which of the following is/are correct?

1. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$.
2. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$.

3. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$.

4. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$.

113. याने कि X_1, X_2, \dots, X_{10} , $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$ से विकला गया एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। θ के पूर्व $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$ पर विचारें। याने कि $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$, तो θ के उत्तर बटन का बहुलक $\hat{\theta}$ दृष्ट करता है :

- $$1. \quad \hat{\theta} = \bar{X}$$

- $$2. \quad \hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$$

- $$3. \quad \hat{\theta} \leq \bar{X} \text{ if } \bar{X} \geq 0$$

- $$4. \quad \hat{\theta} \geq \bar{X} \text{ if } \bar{X} \leq 0$$

113. Suppose X_1, X_2, \dots, X_{10} is a random sample from $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$. Consider the prior for θ , $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$. Let $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$. Then the mode $\hat{\theta}$ of the posterior distribution for θ satisfies:

- $$1, \quad \hat{\theta} = \bar{X}$$

- $$2. \quad \hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$$

- $$3. \quad \hat{\theta} \leq \bar{X} \text{ if } \bar{X} \geq 0$$

- $$4. \quad \hat{\theta} \geq \bar{X} \text{ if } \bar{X} \leq 0$$

114. (X, Y) पर किये गये निम्न वैच प्रेक्षणों पर विचारें : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ / तो

1. X पर Y का लघुतम-पर्याप्ति रैखिक समाधारण है $Y = \frac{9}{5}$ /

2. \forall पर X का लघुतम-दर्ग ऐलिक समाश्रयण है $X = 2$

3. X व Y के बीच का सहसंबंध गुणांक 0 है।

4. X व Y के बीच का सहसंबंध गुणांक +1 है।

114. Consider the following five observations on (X, Y) : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$. Then

1. The least-square linear regression of Y on X is $\hat{Y} = \frac{9}{5}X$

2. The least-square linear regression of X on Y is $X = 2$.

3. The correlation coefficient between X and Y is 0.

4. The correlation coefficient between X and Y is + 1.

115. मानें कि $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ एक समानसूची स्वतंत्र रूप से $N(0, \sigma^2)$ के अनुसार वर्णित हैं। Y_1, Y_2, \dots, Y_n के बारे में विचारें जो नीचे परिभाषित किये गये हैं :

$$Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1-\rho^2} \varepsilon_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1 /$$

मानें कि $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ एवं $0 < \rho < 1$ एवं $\sigma^2 > 0$ / तो $n \geq 2$ के लिये

1. T एक प्रसामान्य घटन है ।
2. T का माध्य μ एवं प्रसरण σ^2/n है ।
3. $E(T) = \mu$, प्रसरण (T) $> \sigma^2/n$.
4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ जहाँ $\delta^2 > \sigma^2/n$.

115. Suppose $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ are i.i.d. $N(0, \sigma^2)$. Consider Y_1, Y_2, \dots, Y_n defined by
 $Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1-\rho^2} \varepsilon_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1.$

Let $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Suppose $0 < \rho < 1$ and $\sigma^2 > 0$. Then for $n \geq 2$

1. T has a normal distribution.
2. T has mean μ and variance σ^2/n .
3. $E(T) = \mu$, $\text{var}(T) > \sigma^2/n$.
4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ where $\delta^2 > \sigma^2/n$.

116. एक चुनाव में एक साजनीतिक पक्ष को मिल सकने वाले मतों की अनुपात p के आकलन हेतु किये गये एक सर्वेक्षण में दो सांखियकीयिद A व B अलग-अलग प्रतिदर्शी गुणितार्थों अपनाते हैं :

Sांखियकीयिद A: 200 मतदाताओं से एक सामान्य यादृच्छिक प्रतिदर्शी विना वापस किये चुनता है (SRSWOR). याता है कि उनमें से x उस पक्ष के लिये मत देंगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है :

$$p_1 = \frac{x}{200}$$

Sांखियकीयिद B: मतदाताओं की सूची को पुरुष एवं स्त्री सूचियों में विभाजित करता है, तर सूची से 100 को SRSWOR तरीके से चुनता है, याता है कि क्रमशः x_1 व x_2 उसी पक्ष को मत देंगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है : $p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$

दोनों सूचियों में मतदाताओं की संख्या लगान है : तो

1. p_1 एक अनभिन्नत आकलन है, परन्तु p_2 नहीं ।
2. p_1, p_2 दोनों अनभिन्नत आकलन हैं ।
3. p_1, p_2 दोनों अनभिन्नत आकलन हैं, परन्तु p_2 का प्रसरण p_1 की तुलना में या तो कम या ज्यादा है ।
4. यह पक्ष को मत देने वाले पुरुष व स्त्री मतदाताओं की अनुपात लगान होने पर ही p_1 व p_2 के प्रसरण लगान होगे ।

116. In a survey to estimate the proportion p of votes that a party will poll in an election, statisticians A and B follow different sampling strategies as follows;

Statistician A: Selects a simple random sample without replacement (SRSWOR) of 200 voters, finds that x of them will vote for the party and estimates p by

$$p_1 = \frac{x}{200}.$$

Statistician B: Divides the voters' list into Male and Female lists, selects 100 from each list by SRSWOR, finds that x_1, x_2 respectively will vote for the party and estimates p by

$$p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}.$$

The number of voters in the two lists are the same. Then

1. p_1 is an unbiased estimate but p_2 is not.
2. p_1 and p_2 are both unbiased estimates.
3. p_1 and p_2 are both unbiased estimates, but p_2 has a smaller variance than p_1 , or the same variance as p_1 .
4. Variances of p_1, p_2 are the same only if the proportions of male and female voters who vote for the party are the same.

117. 1, 2, ..., 5 से अंकिता 5 उपचार पुक्का, दो खण्ड बाले निम्न खण्ड अभिकल्पना पर विचारें :

खण्ड I : {1, 2, 3}; खण्ड II : {1, 4, 5}

निम्न में कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

1. अभिकल्पना संबद्ध है ।
2. जहाँ σ^2 एक प्रेसरण का प्रसरण है, एक प्रारंभिक उपचार पिष्टता के श्रेष्ठतम् रैखिक अननियत आकलक का प्रसरण या तो $2\sigma^2$ या $4\sigma^2$ है ।
3. अभिकल्पना, जिसकी प्रत्यारोपण सून्य से लव्यात्तम् है, हाता एकत्रित ऐसा कोई अतुच्छ रैखिक कलन नहीं है ।
4. त्रुटि के ताथ सहचारी त्वयंत्रता कोटि सून्य है ।

117. Consider the following block design involving 5 treatments, labelled 1, 2, ..., 5, and two blocks:

Block I: {1, 2, 3}; Block II : {1, 4, 5}.

Which of the following statements is/are true?

1. The design is connected.
2. The variance of the best linear unbiased estimator of an elementary treatment contrast is either $2\sigma^2$ or $4\sigma^2$, where σ^2 is the variance of an observation.
3. There is no non-trivial linear function of observations collected through the design whose expectation is identically equal to zero.
4. The degrees of freedom associated with the error is zero.

118. मानें कि हमारे पास एक आंकड़ा समुच्चय है जिसमें 25 प्रेषण है, जिसका हर एक का मूल्य 0 या 1 है ।

1. आंकड़ों का माध्य उनके प्रसरण से अधिक नहीं हो सकता ।
2. आंकड़ों का माध्य उनके प्रसरण से कम नहीं हो सकता ।
3. जब माध्य एवं प्रसरण समान हैं, इसका मतलब हुआ कि माध्य सून्य है ।
4. प्रसरण सून्य तभी होगा जब माध्य 0 या 1 होगा ।

118. Suppose that we have a data set consisting of 25 observations, where each value is either 0 or 1.

1. The mean of the data cannot be larger than the variance.
2. The mean of the data cannot be smaller than the variance.
3. The mean being same as the variance implies that the mean is zero.
4. The variance will be 0 if and only if the mean is either 1 or 0.

119. यदरोधने $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ एवं $4x_2 - x_1 \leq 15$ को तुल करने वाले यद $x_1 \geq 0$ एवं $x_2 \geq 0$ पर विचार / मिनट में से कौन सा / कौन सी कथन सही है / हैं ?

- | | |
|--|---|
| 1. $3x_1 + 2x_2$ का अधिकतम मान है 25। | 2. $3x_1 + 2x_2$ का न्यूनतम मान है 11। |
| 3. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिसिर अधिकतम नहीं है। | 4. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिसिर न्यूनतम नहीं है। |

119. Consider the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfying the constraints $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ and $4x_2 - x_1 \leq 15$. Which of the following statements is/are correct?

- | | |
|---|---|
| 1. The maximum value of $3x_1 + 2x_2$ is 25 | 2. The minimum value of $3x_1 + 2x_2$ is 11 |
| 3. $3x_1 + 2x_2$ has no finite maximum | 4. $3x_1 + 2x_2$ has no finite minimum |

120. एक सेवक वाले एक प्रणाली में माने कि ग्राहक वालों गति, प्रति 12 मिनट में एक व्यक्ति से आते हैं एवं उनकी सेवा वालों गति, प्रति 8 मिनट में एक सेवा से को जाती है। यदि आगमन गति 20% बढ़ती है तो, स्थानी अवस्था में

1. प्रणाली में ग्राहकों की गत्य संख्या में बढ़त 2 है।
2. प्रणाली में ग्राहकों की गत्य संख्या में बढ़त 4 है।
3. प्रणाली में ग्राहक द्वारा विताया गया मत्य समय में बढ़त 16 मिनट है।
4. प्रणाली में ग्राहक द्वारा विताया गया मत्य समय में बढ़त 24 मिनट है।

120. In a system with a single server, suppose that customers arrive at a Poisson rate of 1 person every 12 minutes and are serviced at the Poisson rate of 1 service every 8 minutes. If the arrival rate increases by 20% then in the steady state

1. the increase in the average number of customers in the system is 2.
2. the increase in the average number of customers in the system is 4.
3. the increase in the average time spent by a customer in the system is 16 minutes.
4. the increase in the average time spent by a customer in the system is 24 minutes.